**2025 Пробный вариант экзаменационного билета**

1. (2 балла) Восемь спортсменов, показавших лучшие результаты на соревнованиях международного уровня в беге на 110 метров с барьерами, приняли участие в забеге на 100 метров без барьеров. В забеге на 100 метров спортсмены заняли дорожки, номера которых совпадали с номерами мест, занятыми спортсменами в беге с барьерами. Результаты забега (по дорожкам) оказались следующими: 11,2; 10,9; 12,1; 11,8; 12,2; 11,6; 11,0; 11,9. Можно ли считать (на уровне значимости 0.05), что имеется зависимость между результатами бега с барьерами и «гладкого» бега? Полностью опишите процедуру проверки соответствующей гипотезы. Какие ещё известные Вам критерии можно применить для решения данной задачи?
2. (3 балла) Случайным образом были выбраны 9 человек одного возраста, проживающих в одном городе, но имеющих различный уровень образования. Доходы (в тысячах рублей) в группе с неполным средним образованием составили – 37, 19, 26, 42, а в группе со средним специальным образованием – 47, 39, 52, 41, 42. Можно ли считать, что работники со средним специальным образованием имеют в среднем более высокие доходы, чем имеющие неполное среднее образование? Уровень значимости принять равным 0.05. Решите задачу, используя следующие предположения: а) все наблюдения имеют нормальное распределение с одинаковыми дисперсиями; б) наблюдения имеют некоторые неизвестные непрерывные распределения, которые могут различаться только математическим ожиданием. Полностью опишите процедуру проверки соответствующих гипотез. Какие ещё известные Вам критерии можно применить для решения данной задачи? Опишите сильные и слабые стороны рассмотренных критериев.
3. (3 балла) Имеются данные о себестоимости Y (в у.е.) экземпляра книги в зависимости от тиража X (в тыс. экземпляров). Данные представлены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| тираж | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| себестоимость | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 |

Предполагается, что справедлива модель вида

, где вектор .

1) построить МНК-оценки параметров a и b и линию регрессии;

2) найти оценку дисперсии ;

3) проверить гипотезу ;

4) проверить гипотезу ;

5) построить точечную и интервальную (уровня надёжности 0.95) оценку для себестоимости, если тираж X=6;

6) найти коэффициент детерминации данной модели и скорректированный коэффициент детерминации.

1. (2 балла) Руководители телеканала интересуются отношением зрителей к новому телесериалу. Из 100 опрошенных мужчин 30 относятся к сериалу положительно, 40 – отрицательно и 30 – безразлично. Из 150 опрошенных женщин 80 относятся положительно, 50 – отрицательно и 20 –безразлично. Можно ли считать (на уровне значимости 0,05), что отношение к сериалу зависит от пола зрителя? Если зависимость присутствует, то оцените силу этой связи. Полностью опишите процедуру проверки соответствующей гипотезы.

**КОММЕНТАРИИ**

**В данном варианте отсутствуют (но в других вариантах могут быть) задачи на следующие темы:**

1. Проверка гипотезы об однородности двух выборок против альтернативы масштаба;
2. Задача однофакторного дисперсионного анализа;
3. Задача на меры прогноза в номинальной шкале
4. Построение асимптотического доверительного интервала для коэффициента корреляции показателей, имеющих гауссовское распределение;
5. Задача о согласованности экспертной группы;
6. Построение оценок и проверка гипотез в моделях множественной линейной регрессии (в качестве дополнительной информации будут даны некоторые промежуточные вычисления);
7. Частные коэффициенты корреляции;
8. Критерий Чоу;
9. Фиктивные переменные.

Несмотря на то, что в экзаменационных задачах будут заданы выборки малых объёмов, разрешается (из-за отсутствия нужного набора таблиц) использовать асимптотический подход.